

**Prof. Dr. Alfred Toth**

## **Elemente einer quadralektischen semiotischen Systemtheorie**

1. Wir gehen wiederum aus von den in der folgenden Tabelle aus Toth (2011a) auf Grund von Kaehr (2011) und eigenen Vorarbeiten zusammengestellten Korrespondenzen:

$oS \leftrightarrow Q(.0.) \leftrightarrow ol \leftrightarrow \perp$

$sO \leftrightarrow M(.1.) \leftrightarrow iO \leftrightarrow \lrcorner$

$oO \leftrightarrow O(.2.) \leftrightarrow oo \leftrightarrow \ulcorner$

$sS \leftrightarrow I(.3.) \leftrightarrow il \leftrightarrow \urcorner$

Ferner setzen wir mit Toth (2011b) voraus, dass gerichtete semiotische Mengen der Form

$\rightarrow := \emptyset \rightarrow O$

$\leftarrow := I \leftarrow \emptyset$

defektiv sind, da sie systemtheoretisch nur System und Umgebung, aber nicht ihre dyadischen Kombinationen in Übereinstimmung mit der logisch-epistemologischen Tetras objektives und subjektives Subjekt sowie subjektives und objektives Objekt berücksichtigen ( $sS$ ,  $oS$ ;  $sO$ ,  $oO$ ). Wir haben daher definiert:

$\rightleftharpoons := \emptyset \rightleftharpoons OI$

$\Leftrightarrow := \emptyset \Leftrightarrow IO,$

vgl. hochdeutsch hinaus/herein; heraus/hinein.

2. Diese Voraussetzungen genügen zur systemtheoretischen Darstellung einer quadralektischen Semiotik, um den Kaehrschen Begriff zu verwenden.

## 2.1. Tetratisch-tetravalente Kategorien

$(\sqcap \rightarrow_a \Gamma \rightarrow_b \sqcup \rightarrow_c \sqsubset \rightarrow_d)$	$(\sqcap \rightarrow_a \Gamma \leftarrow_b \sqcup \leftarrow_c \sqsubset \leftarrow_d)$
$(\sqcap \rightarrow_a \Gamma \rightarrow_b \sqcup \leftarrow_c \sqsubset \rightarrow_d)$	$(\sqcap \leftarrow_a \Gamma \leftarrow_b \sqcup \leftarrow_c \sqsubset \leftarrow_d)$
$(\sqcap \rightarrow_a \Gamma \leftarrow_b \sqcup \rightarrow_c \sqsubset \rightarrow_d)$	$(\sqcap \leftarrow_a \Gamma \rightarrow_b \sqcup \rightarrow_c \sqsubset \rightarrow_d)$
$(\sqcap \leftarrow_a \Gamma \mathbf{2} \rightarrow_b \sqcup \rightarrow_c \sqsubset \rightarrow_d)$	$(\sqcap \leftarrow_a \Gamma \rightarrow_b \sqcup \rightarrow_c \sqsubset \leftarrow_d)$
$(\sqcap \rightarrow_a \Gamma \rightarrow_b \sqcup \leftarrow_c \sqsubset \leftarrow_d)$	$(\sqcap \leftarrow_a \Gamma \rightarrow_b \sqcup \leftarrow_c \sqsubset \leftarrow_d)$
$(\sqcap \rightleftharpoons_a \Gamma \rightleftharpoons_b \sqcup \rightleftharpoons_c \sqsubset \rightleftharpoons_d)$	$(\sqcap \rightleftharpoons_a \Gamma \leftrightsquigarrow_b \sqcup \leftrightsquigarrow_c \sqsubset \leftrightsquigarrow_d)$
$(\sqcap \rightleftharpoons_a \Gamma \rightleftharpoons_b \sqcup \leftrightsquigarrow_c \sqsubset \rightleftharpoons_d)$	$(\sqcap \leftrightsquigarrow_a \Gamma \leftrightsquigarrow_b \sqcup \leftrightsquigarrow_c \sqsubset \leftrightsquigarrow_d)$
$(\sqcap \rightleftharpoons_a \Gamma \leftarrow_b \sqcup \rightleftharpoons_c \sqsubset \rightleftharpoons_d)$	$(\sqcap \leftrightsquigarrow_a \Gamma \rightleftharpoons_b \sqcup \rightleftharpoons_c \sqsubset \rightleftharpoons_d)$
$(\sqcap \leftrightsquigarrow_a \Gamma \rightleftharpoons_b \sqcup \rightleftharpoons_c \sqsubset \rightleftharpoons_d)$	$(\sqcap \leftrightsquigarrow_a \Gamma \rightleftharpoons_b \sqcup \rightleftharpoons_c \sqsubset \leftrightsquigarrow_d)$
$(\sqcap \rightleftharpoons_a \Gamma \rightleftharpoons_b \sqcup \leftrightsquigarrow_c \mathbf{0} \leftrightsquigarrow_d)$	$(\sqcap \leftrightsquigarrow_a \Gamma \rightleftharpoons_b \sqcup \leftrightsquigarrow_c \sqsubset \leftrightsquigarrow_d)$

## 2.2. Quadralektische Closure-Gesetze<sup>1</sup>

$\emptyset^{\rightarrow} = c(\emptyset^{\rightarrow})$	$c(c(x^{\rightarrow})) \subseteq c(x^{\rightarrow})$	} $x \in \{ \sqsubset, \sqcup, \Gamma, \sqcap \}$
$\emptyset^{\rightarrow} \neq c(\emptyset^{\leftarrow})$	$c(c(x^{\rightarrow})) \subseteq c(x^{\leftarrow})$	
$\emptyset^{\leftarrow} \neq c(\emptyset^{\rightarrow})$	$c(c(x^{\leftarrow})) \subseteq c(x^{\rightarrow})$	
$\emptyset^{\leftarrow} = c(\emptyset^{\leftarrow})$	$c(c(x^{\leftarrow})) \subseteq c(x^{\leftarrow})$	
$\emptyset^{\rightleftharpoons} = c(\emptyset^{\rightleftharpoons})$	$c(c(x^{\rightleftharpoons})) \subseteq c(x^{\rightleftharpoons})$	
$\emptyset^{\rightleftharpoons} \neq c(\emptyset^{\leftrightsquigarrow})$	$c(c(x^{\rightleftharpoons})) \subseteq c(x^{\leftrightsquigarrow})$	
$\emptyset^{\leftrightsquigarrow} \neq c(\emptyset^{\rightleftharpoons})$	$c(c(x^{\leftrightsquigarrow})) \subseteq c(x^{\rightleftharpoons})$	
$\emptyset^{\leftrightsquigarrow} = c(\emptyset^{\leftrightsquigarrow})$	$c(c(x^{\leftrightsquigarrow})) \subseteq c(x^{\leftrightsquigarrow})$	

<sup>1</sup> Von hier an überschneidet sich der Text mit demjenigen von Toth (2011b), ausser eben, dass man für die x bzw. x und y {  $\sqsubset, \sqcup, \Gamma, \sqcap$  } einsetzen muss.

$x \rightleftarrows \subseteq c(x \rightleftarrows)$	$c(x \rightleftarrows) \cup c(y \rightleftarrows) = c(x \rightleftarrows \cup y \rightleftarrows)$	}	$x, y \in \{ \perp, \lrcorner, \ulcorner, \urcorner \}$
$x \rightleftarrows \not\subseteq c(x \leftrightsquigarrow)$	$c(x \rightleftarrows) \cup c(y \leftrightsquigarrow) = c(x \rightleftarrows \cup y \leftrightsquigarrow)$		
$x^{\leftarrow} \not\subseteq c(x \rightleftarrows)$	$c(x \leftrightsquigarrow) \cup c(y \rightleftarrows) = c(x \leftrightsquigarrow \cup y \rightleftarrows)$		
$x^{\leftarrow} \subseteq c(x^{\leftarrow})$	$c(x \leftrightsquigarrow) \cup c(y \leftrightsquigarrow) = c(x \leftrightsquigarrow \cup y \leftrightsquigarrow)$		
$x \rightleftarrows \subseteq c(x \rightleftarrows)$	$c(x \rightleftarrows) \cup c(y \rightleftarrows) = c(x \rightleftarrows \cup y \rightleftarrows)$		
$x \rightleftarrows \not\subseteq c(x \leftrightsquigarrow)$	$c(x \rightleftarrows) \cup c(y \leftrightsquigarrow) = c(x \rightleftarrows \cup y \leftrightsquigarrow)$		
$x \leftrightsquigarrow \not\subseteq c(x \rightleftarrows)$	$c(x \leftrightsquigarrow) \cup c(y \rightleftarrows) = c(x \leftrightsquigarrow \cup y \rightleftarrows)$		
$x \leftrightsquigarrow \subseteq c(x \leftrightsquigarrow)$	$c(x \leftrightsquigarrow) \cup c(y \leftrightsquigarrow) = c(x \leftrightsquigarrow \cup y \leftrightsquigarrow)$		

### 2.3. Äquivalenzen des Zusammenhangs

(auch für die folgenden Gesetze gilt:  $x, y \in \{ \perp, \lrcorner, \ulcorner, \urcorner \}$ )

$$C_1(x, y) \Leftrightarrow x^{\rightarrow} \cap y^{\rightarrow} \neq \emptyset / x^{\rightarrow} \cap y^{\leftarrow} = \emptyset / x^{\leftarrow} \cap y^{\rightarrow} = \emptyset / x^{\leftarrow} \cap y^{\leftarrow} \neq \emptyset$$

$$C_2(x, y) \Leftrightarrow x^{\rightarrow} \cap c(y^{\rightarrow}) \neq \emptyset / x^{\rightarrow} \cap c(y^{\leftarrow}) \neq \emptyset / x^{\leftarrow} \cap c(y^{\rightarrow}) \neq \emptyset / x^{\leftarrow} \cap c(y^{\leftarrow}) \neq \emptyset$$

$$\text{od. } c(x^{\rightarrow}) \cap y^{\rightarrow} \neq \emptyset / c(x^{\rightarrow}) \cap y^{\leftarrow} \neq \emptyset / c(x^{\leftarrow}) \cap y^{\rightarrow} \neq \emptyset / c(x^{\leftarrow}) \cap y^{\leftarrow} \neq \emptyset$$

$$C_3(x, y) \Leftrightarrow c(x^{\rightarrow}) \cap c(y^{\rightarrow}) \neq \emptyset / c(x^{\rightarrow}) \cap c(y^{\leftarrow}) \neq \emptyset / c(x^{\leftarrow}) \cap c(y^{\rightarrow}) \neq \emptyset / c(x^{\leftarrow}) \cap c(y^{\leftarrow}) \neq \emptyset$$

$$C_1(x, y) \Leftrightarrow x \rightleftarrows \cap y \rightleftarrows \neq \emptyset / x \rightleftarrows \cap y \leftrightsquigarrow = \emptyset / x \leftrightsquigarrow \cap y \rightleftarrows = \emptyset / x \leftrightsquigarrow \cap y \leftrightsquigarrow \neq \emptyset$$

$$C_2(x, y) \Leftrightarrow x \rightleftarrows \cap c(y \rightleftarrows) \neq \emptyset / x \rightleftarrows \cap c(y \leftrightsquigarrow) \neq \emptyset / x \leftrightsquigarrow \cap c(y \rightleftarrows) \neq \emptyset / x \leftrightsquigarrow \cap c(y \leftrightsquigarrow) \neq \emptyset$$

$$\text{od. } c(x \rightleftarrows) \cap y \rightleftarrows \neq \emptyset / c(x \rightleftarrows) \cap y \leftrightsquigarrow \neq \emptyset / c(x \leftrightsquigarrow) \cap y \rightleftarrows \neq \emptyset / c(x \leftrightsquigarrow) \cap y \leftrightsquigarrow \neq \emptyset$$

$$C_3(x, y) \Leftrightarrow c(x \rightrightarrows) \cap c(y \rightrightarrows) \neq \emptyset / c(x \rightrightarrows) \cap c(y \leftrightsquigarrow) \neq \emptyset / c(x \leftrightsquigarrow) \cap c(y \rightrightarrows) \neq \emptyset / c(x \leftrightsquigarrow) \cap c(y \leftrightsquigarrow) \neq \emptyset$$

usw.

## 2.4. Mereotopologische Basis-Definitionen

(auch für die folgenden Gesetze gilt:  $x, y \in \{ \sqsubset, \sqsupset, \sqcap, \sqcup \}$ )

- 5.1.  $O(x \rightrightarrows, y \rightrightarrows) := \exists z(P(z \rightrightarrows, x \rightrightarrows) \wedge P(z \rightrightarrows, y \rightrightarrows))$   
 $O(x \leftrightsquigarrow, y \leftrightsquigarrow) := \exists z(P(z \leftrightsquigarrow, x \leftrightsquigarrow) \wedge P(z \leftrightsquigarrow, y \leftrightsquigarrow))$  Überlappung
- 5.2.  $A(x \rightrightarrows, y) := C(x \rightrightarrows, y \rightrightarrows) \wedge \neg O(x \rightrightarrows, y \rightrightarrows)$   
 $A(x \leftrightsquigarrow, y \leftrightsquigarrow) := C(x \leftrightsquigarrow, y \leftrightsquigarrow) \wedge \neg O(x \leftrightsquigarrow, y \leftrightsquigarrow)$  Angrenzung
- 5.3.  $E(x \rightrightarrows, y) := P(x \rightrightarrows, y \rightrightarrows) \wedge P(y \rightrightarrows, x \rightrightarrows)$   
 $E(x \leftrightsquigarrow, y \leftrightsquigarrow) := P(x \leftrightsquigarrow, y \leftrightsquigarrow) \wedge P(y \leftrightsquigarrow, x \leftrightsquigarrow)$  Gleichheit
- 5.4.  $PP(x \rightrightarrows, y) := P(x \rightrightarrows, y \rightrightarrows) \wedge \neg P(y \rightrightarrows, x \rightrightarrows)$   
 $P(x \leftrightsquigarrow, y \leftrightsquigarrow) \wedge \neg P(y \leftrightsquigarrow, x \leftrightsquigarrow)$  echter Teil
- 5.5.  $TP(x \rightrightarrows, y) := P(x \rightrightarrows, y \rightrightarrows) \wedge \exists z \rightrightarrows (A(z \rightrightarrows, x \rightrightarrows) \wedge A(z \rightrightarrows, y \rightrightarrows))$   
 $P(x \leftrightsquigarrow, y \leftrightsquigarrow) \wedge \exists z \leftrightsquigarrow (A(z \leftrightsquigarrow, x \leftrightsquigarrow) \wedge A(z \leftrightsquigarrow, y \leftrightsquigarrow))$  tangentialer Teil
- 5.6.  $O(x \rightrightarrows, y \rightrightarrows) := \exists z(P(z \rightrightarrows, x \rightrightarrows) \wedge P(z \rightrightarrows, y \rightrightarrows))$   
 $O(x \leftrightsquigarrow, y \leftrightsquigarrow) := \exists z(P(z \leftrightsquigarrow, x \leftrightsquigarrow) \wedge P(z \leftrightsquigarrow, y \leftrightsquigarrow))$  Überlappung
- 5.7.  $A(x \rightrightarrows, y) := C(x \rightrightarrows, y \rightrightarrows) \wedge \neg O(x \rightrightarrows, y \rightrightarrows)$   
 $A(x \leftrightsquigarrow, y \leftrightsquigarrow) := C(x \leftrightsquigarrow, y \leftrightsquigarrow) \wedge \neg O(x \leftrightsquigarrow, y \leftrightsquigarrow)$  Angrenzung
- 5.8.  $E(x \rightrightarrows, y) := P(x \rightrightarrows, y \rightrightarrows) \wedge P(y \rightrightarrows, x \rightrightarrows)$   
 $E(x \leftrightsquigarrow, y \leftrightsquigarrow) := P(x \leftrightsquigarrow, y \leftrightsquigarrow) \wedge P(y \leftrightsquigarrow, x \leftrightsquigarrow)$  Gleichheit

5.9.  $PP(x, y) := P(x \rightleftharpoons, y \rightleftharpoons) \wedge \neg P(y \rightleftharpoons, x \rightleftharpoons)$

$P(x \rightleftharpoons, y \rightleftharpoons) \wedge \neg P(y \rightleftharpoons, x \rightleftharpoons)$  echter Teil

5.10.  $TP(x, y) := P(x \rightleftharpoons, y \rightleftharpoons) \wedge \exists z \rightleftharpoons (A(z \rightleftharpoons, x \rightleftharpoons) \wedge A(z \rightleftharpoons, y \rightleftharpoons))$

$P(x \rightleftharpoons, y \rightleftharpoons) \wedge \exists z \rightleftharpoons (A(z \rightleftharpoons, x \rightleftharpoons) \wedge A(z \rightleftharpoons, y \rightleftharpoons))$  tangentialer Teil

## Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Diamond Calculus of Formation of Forms.  
<http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Diamond%20Calculus/Diamond%20Calculus.pdf> (2011)

Toth, Alfred, Quadralektische Distinktionen zur systemtheoretischen Notation von Zeichenprozessen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics (2011a)

Toth, Alfred, Gerichtete quadralektische Mengen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics (2011b)

6.5.2011